

UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Enpresa Ikasketen Unibertsitate Eskola
Donostia-San Sebastián

MATEMÁTICAS II

Examen 26 - JUNIO - 2015

1.- Dada la función $f(x, y) = \dfrac{2x^3 + y^3}{x^2 - y^2}$

a) Determina su dominio de definición y representarlo gráficamente.
b) Razona si el dominio es un conjunto cerrado, abierto o acotado.
c) Define el concepto de función continua en un punto. ¿Respecto a qué conjunto puede afirmarse que f es una función continua? Razona la respuesta.
d) ¿Es f una función homogénea? Interpreta el resultado obtenido indicando, en su caso, cuál es su grado de homogeneidad.
e) La suma de las elasticidades parciales de $f(x,y)$ es igual a 1 en cualquier punto de su dominio de definición: ¿por qué?

(2 puntos)

2.- a) Obtener la aproximación lineal y cuadrática de: $f(x,y) = x - ye^x$ en un entorno del punto (0; 2).

b) Utilizando los resultados del apartado anterior, decir cuál es el valor aproximado de f (0.1; 1.9), en cada caso.

(1.5 puntos)

3.- Una editorial tiene que repartir 3000 € para gastar entre el desarrollo y la promoción de un libro. Se estima que, si se gastan en desarrollo D euros y en promoción P euros, se venderán $V = \dfrac{P \cdot D^2}{1000}$ ejemplares del libro. ¿Cuánto dinero debe dedicarse a desarrollo y cuanto a promoción para maximizar las ventas del libro?
Hacerlo por el método de sustitución y por el método de los multiplicadores de Lagrange.

(2 puntos)

4.- Una empresa fabrica pantalones, camisas y chaquetas, con un beneficio unitario de 60, 45 y 50 euros, respectivamente. Dispone semanalmente de 7.500 metros de tejido de algodón y de 10.000 metros de tejido de poliéster. Cada pantalón precisa de 1 metro de algodón y 2 metros de poliéster. Cada camisa 1,5 metros de algodón y 1 metro de poliéster. Y cada chaqueta 1,25 metros de cada tipo de tejido.
a) Plantea el problema de maximización de beneficios.
b) Plantea el problema dual y resuélvelo.
c) A partir de la solución del apartado anterior obtén la producción óptima de prendas de la empresa.
d) ¿Cuánto pagaría a lo sumo la empresa por disponer de 10 metros más de tejido de poliéster a la semana?

(2 Puntos)



UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Enpresa Ikasketen Unibertsitate Eskola
Donostia-San Sebastián

MATEMÁTICAS II

Examen 18 - MAYO - 2015

1. Dada la función: $f(x,y) = Ln\left(\frac{1+x+y}{1+y}\right)$

a) Define el concepto de dominio de definición de una función ¿Cuál es el dominio de definición de *f*? Represéntalo gráficamente.
b) Define los conceptos de conjunto abierto y de conjunto acotado. Indica, razonadamente, si el dominio de definición de *f* es un conjunto abierto, cerrado o acotado.
c) Expresa y representa gráficamente la curva de nivel de *f* que pasa por el origen de coordenadas.
d) Define el concepto de función homogénea. ¿Es *f* una función homogénea?
e) Calcula el límite de *f* cuando (x, y) tiende a $(1,-1)$ y cuando tiende al origen de coordenadas.

(1,5 puntos)

2.- Dada la ecuación: $Ln(2x-1) + e^{2y^2} + z^2 - 3 = K$

a) Determina el valor que tendría que tomar la constante K para que en una bola del punto $(x, y, z) = (1, 0, 1)$ dicha ecuación defina a z como una función implícita de x e y: $z = f(x, y)$.
b) Asimismo, determina qué valor debería tomar K para que dicha ecuación defina a y como una función implícita de x y z: $y = f(x,z)$ en una bola del mismo punto.
c) Realiza la aproximación lineal de Taylor a la función $z = f(x, y)$, en una bola del punto dado.

(1.5 puntos)

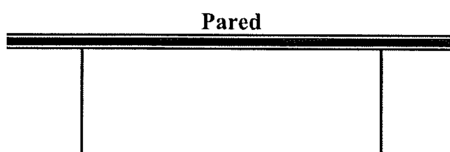
3.- a) Hallar *b,c* y *d* en la función $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$, para que tenga un punto de inflexión en x=3 y un óptimo local en el punto (1,0).

b) Estudiar la concavidad y convexidad de la función obtenida y hallar sus puntos máximos y mínimos.

c) A partir de los resultados de los apartados precedentes, esboza la gráfica de la función.

(1,5 puntos)

4.- Un pastor dispone de 1000 m de tela metálica para construir una cerca rectangular aprovechando una pared ya existente (véase la figura). Hallar las dimensiones de la cerca para que el área encerrada sea máxima.



a) Plantear el problema y resolverlo geométricamente.
b) Resolverlo por el método de los multiplicadores de Lagrange.
c) Sin volver a resolver el problema, decir cuánto variaría, aproximadamente, la superficie máxima si se dispusiese de 1 m menos de tela metálica. Justifica tu respuesta.

(1,5 puntos)

5.- Un fabricante de muebles produce dos modelos de sillón: A y B. Cada unidad de A consume 3 kg de madera y 4 m^2 de tela y cada unidad de B, 2 kg y 6 m^2 respectivamente. Se dispone de 27 kg de madera y de 40 m^2 de tela. Por razones de distribución, del modelo A deben fabricarse al menos las mismas unidades que del B. Cada sillón A proporciona 300€ de beneficio y cada sillón B 800€.

a) ¿Cuántos sillones de cada modelo deben fabricarse para maximizar el beneficio?
b) Plantear y resolver el problema dual.
c) Si disponer de 1 m^2 de tela adicional cuesta 50€, ¿conviene comprarlo? Justifica tu respuesta.

(1,5 puntos)

eman ta zabal zazu

UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Ekonomia eta Enpresa Fakultatea
Facultad de Economía y Empresa
Donostia-San Sebastián

MATEMÁTICAS II

28 - JUNIO - 2017

(duración: 2 horas y 15 minutos)

1. Dada la función: $z = f(x,y) = \dfrac{-3y^2}{x^2 - y^2}$

a) Define el concepto de dominio de definición de una función ¿Cuál es el dominio de definición de *f*? Represéntalo gráficamente.
b) Indica, razonadamente, si el dominio de definición de *f* es unconjunto abierto, cerrado, acotado o convexo.
c) Analiza la continuidad de la función *f*.
d) Define el concepto de función homogénea. ¿Es *f* homogénea? Y si lo es, ¿de qué grado?

(2 puntos)

2.- Se sabe que los salarios (x) que paga una empresa, los impuestos (y) que soporta y los beneficios (z) que obtiene, cumplen la siguiente ecuación: $2z^2x^3 + zy^2 - x^2y = 4$,

a) Analiza si la ecuación define implícitamente los beneficios como función de los salarios y los impuestos, $z = f(x, y)$, en un entorno del punto $(x, y, z) = (1, 2, 1)$.
b) En caso de existir la función $z = f(x, y)$, calcula su aproximación lineal para salarios cercanos a 1 e impuestos cercanos a 2.
c) Utiliza el resultado anterior para calcular el valor aproximado de los beneficios en el caso de que los salarios aumentasen a 1,01 y se redujesen los impuestos a 1,98.

(1,5 puntos)

3.- Dada la función: $f(x,y) = \dfrac{x^2}{4} + y$

a) Encuentra, mediante el método geométrico, los extremos de la función *f* en el conjunto $S = \{(x, y) \in R^2 / x\,y \geq 4, x + y \leq 5\}$

b) Encontrar los extremos locales de *f*, para los puntos que cumplan que $xy = 4$, utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange.

(2 puntos)

4.- Un profesional tiene trabajo en dos ciudades A y B. Su domicilio dista de A 40 Km, y 20 Km de B. Se ha comprometido a trabajar al menos 3 días al mes en cada lugar. No quiere trabajar, fuera de su ciudad, más de 15 días al mes, y además en sus desplazamientos no desea hacer más de 400 Km al mes. En A cobra 150€ diarios y en B 100€.

a) ¿Cuánto debe trabajar en cada ciudad para obtener los mayores ingresos?
b) Plantear el problema dual y resolverlo.
c) Si hacer cada km le cuesta 3€, ¿le compensará incrementar los Km recorridos?

(2 puntos)

eman ta zabal zazu
UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA
Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Enpresa Ikasketen Unibertsitate Eskola
Donostia-San Sebastián

MATEMÁTICAS II

Examen 27 - JUNIO - 2014

1.- Dada la función: $f(x_1, x_2) = \sqrt{\dfrac{x_2}{x_1}}$

a) ¿Cuál es su dominio de definición? Represéntalo gráficamente.
b) Indica, razonadamente, si dicho conjunto es abierto, cerrado o acotado.
c) Define los conceptos de punto interior y de punto frontera de un conjunto.
Pon ejemplos de ambos tipos de puntos respecto al caso del dominio de f.
d) Define el concepto de curva de nivel de una función.
Expresa y representa gráficamente las curvas de nivel de f que pasan por los puntos (1,2); (0,0) y (2,2).
e) ¿Es f una función homogénea? ¿De qué grado? Interpreta el resultado

(1,5 puntos)

2.- Dada la función compuesta: $f(u,v) = \dfrac{v}{u}$, donde $u = x\sqrt{y}$; $v = e^{xy}$

a) Calcula el gradiente de f en el punto (1,1), aplicando la regla de la cadena.
b) Tomando como referencia el resultado anterior, realiza la aproximación lineal de f en el punto (1,1).

(1,5 puntos)

3.- Dada la función $f(x) = x^4 \cdot e^{-x}$, se pide:

a) Expresa los intervalos de crecimiento y decrecimiento de dicha función.
b) Obtén sus óptimos locales.

(1,5 puntos)

4.- Obtén los óptimos de la función $f(x,y) = x + y$, sujeta al cumplimiento de la siguiente restricción de igualdad: $x^2 - y = 1$,

a) Empleando el método geométrico

b) Empleando el método de los multiplicadores de Lagrange. Comprueba la condición de segundo orden.

(1,5 puntos)

5.- Una escuela prepara una excursión para 300 alumnos. La empresa de transporte tiene 5 autocares de 40 plazas y 8 autocares de 50 plazas, pero solo dispone de 10 conductores. El alquiler de un autocar pequeño cuesta 300 euros y el de uno grande 600 euros.

a) Calcula cuántos autocares de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo más económica posible para la escuela. ¿Cuál es el coste mínimo de la actividad?
b) Plantea el problema dual y resuélvelo atendiendo a la respuesta del apartado anterior.
c) Basándote en la solución del problema dual, ¿cómo crees que afectaría a la situación óptima la circunstancia de disponer solo de 9 conductores?

(1,5 puntos)

eman ta zabal zazu

UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Enpresa Ikasketen Unibertsitate Eskola
Donostia-San Sebastián

MATEMÁTICAS II

Examen 19 - MAYO - 2014

1 Dada la función: $f(x,y)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2-4}}$

a) ¿Cuál es su dominio de definición? Represéntalo gráficamente.
b) Indica, razonadamente, si dicho conjunto es abierto, cerrado o acotado.
c) Define el concepto de curva de nivel de una función.
d) Expresa y representa gráficamente las curvas de nivel de f que pasan por los puntos (2,1) y (2,2).
e) ¿Es f una función homogénea?

(1,5puntos)

2.- Dada la ecuación $x e^z + x y + z e^{x+y} = 1$:

a) ¿Define implícitamente una función $z=f(x,y)$ en una bola del punto $(x_0, y_0, z_0) = (0,0,1)$?
b) Realizar la aproximación lineal de la función $z=f(x,y)$ en una bola del punto dado. ¿Cuál es el valor aproximado de $f(0.1, 0.1)$?

(1.5 puntos)

3.- Dada la función $f(x) = e^x - x$, se pide:

a) Sus óptimos locales y globales en el intervalo [-1,3]
b) Definición de función convexa. ¿Por qué en un punto de inflexión la derivada segunda, si existe, debe ser nula?
c) Estudiar la convexidad de la función dada.

(1,5 puntos)

4.- Una empresa produce un determinado bien a partir de dos factores productivos A y B. Sea $Q(x,y) = 4x+2y$, la función de producción de la empresa y $C(x,y) = 4x^2+4y^2$, la función de costes. Donde x e y son respectivamente las cantidades empleadas de los factores A y B.

a) Si el máximo beneficio se obtuviese cuando x=6 e y=3, ¿a qué precio p se estaría vendiendo el artículo? ¿Sería éste un máximo global?
b) Determinar las cantidades x e y con las que se minimizaría el coste si se deseara producir 30 unidades de producto.
   b.1) Resolverlo por el método de los multiplicadores de Lagrange.
   b.2) ¿Cuánto aumentaría aproximadamente el coste si se fabricasen 31 unidades, en lugar de 30?

(1,5 puntos)

5.- Queremos gastar, como mucho, 20.000 € para invertir en bolsa. Nos recomiendan dos tipos de acciones. Las del tipo A, que rinden el 4% y las del tipo B que rinden el 2%. Decidimos invertir un máximo de 10.000 € en las del tipo A y como mínimo 4.000 € en las del tipo B. Además queremos que la inversión en las del tipo A sea menor que el doble de la inversión en B.

a) ¿Cuál debe ser la distribución de la inversión para obtener el máximo rendimiento?
b) Formular el programa dual y resolverlo ¿Si dispusiéramos de 1.000 € adicionales y nos proponen invertirlos en un fondo que renta un 3%, considerando sólo la rentabilidad, que nos interesaría más, añadirlos a nuestra inversión en bolsa o invertirlos en el fondo.

(1,5 puntos)



UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Enpresa Ikasketen Unibertsitate Eskola
Donostia-San Sebastián

MATEMATICAS II

(Grado A. D. E.)

Examen. 28 - JUNIO - 2013

(Duración del examen: 2 horas y 15 minutos)

1.- Dada la función $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 7}$, se pide:

a) Expresar su dominio de definición, representarlo geométricamente y decir si es abierto, cerrado, acotado, convexo, mediante razonamientos geométricos

b) Obtener la expresión general de sus curvas de nivel y representar las de cota c=0, 1 y 2.

c) ¿Es una función homogénea? Justificar la respuesta.

(1,5 puntos)

2.- Sea la función del ejercicio 1: $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 7}$

a) Dadas las restricciones: $x+y=4$; $x \geq 0$; $y \geq 0$, hallar los óptimos (máximos y mínimos) condicionados por el método gráfico.

b) Si se considera sólo la restricción $x+y=4$, hallar los óptimos condicionados por el método de sustitución.

c) Si se considera sólo la restricción $x+y=4$, hallar los óptimos condicionados por el método de los multiplicadores de Lagrange.

d) ¿Cuál es la interpretación económica del multiplicador de Lagrange?

(1.75 puntos)

3.- Dada la ecuación: $xyz - k\,y\ln x - 2y^2z = 0$

a) Determinar los valores de k para que dicha ecuación defina a x como una función implícita $x = f(y,z)$, en un entorno del punto $(x,y,z) = (1,1,0)$

b) Hallar la aproximación lineal de la función implícita $x = f(y,z)$ en un entorno del punto dado y obtener con ella el valor aproximado de $f(1'1,-0'1)$

(1,5 puntos)

4.- Dada la función: $f(x,y,z) = x e^{y z^2}$.

Donde $x = \ln(r \cdot s)$, $y = s^3$, $z = r^2 + s^2$

Calcular sus derivadas parciales: $\dfrac{\partial f}{\partial r}, \dfrac{\partial f}{\partial s}$

(1 punto)

5.- Una acería comercializa tres variedades de producto (1, 2 y 3), cuyos márgenes de beneficio son, respectivamente, 3 , 1 y 4 unidades monetarias. Para cada unidad de la primera necesita 6 unidades de materia prima y 3 horas de trabajo, para la segunda 3 unidades de materia prima y 4 horas de trabajo, y para la tercera 5 de materia prima y 5 horas de trabajo.

La empresa dispone, como máximo, de 45 unidades de materia prima, y de 30 horas de trabajo.

a) Plantear el primal y el dual.

b) Resolver ambos.

c) ¿Cuánto aumentarían los beneficios si pudiesen utilizar 32 horas de trabajo?

(1,75 puntos)



UNIVERSIDAD DEL PAÍS VASCO
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA

Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Enpresa Ikasketen Unibertsitate Eskola
Donostia-San Sebastián

MATEMÁTICAS II

Examen 21 - MAYO - 2012

(Duración del examen: 2 horas)

1.- Dada la función $f(x, y) = \ln(x^2 - y^2)$, se pide:

a) Expresar su dominio de definición y representarlo gráficamente.

b) Clasificar el dominio, justificando la respuesta mediante razonamientos geométricos.

c) Obtener la expresión general de sus curvas de nivel y representar algunas de ellas.

d) ¿Es una función homogénea? Justificar la respuesta.

e) Obtener los óptimos locales de *f*.

f) Obtener los óptimos locales de f condicionados al cumplimiento de la restricción $2x - y = 15$, siguiendo:

f.1) El método de sustitución o eliminación de variable

f.2) El método de Lagrange, sin comprobar la condición suficiente o de 2º orden.

(4 puntos)

2.- Dada la ecuación: $C \cdot e^{x+y} - y \cdot e^C - 2x \cdot y = 0$, que relaciona el coste C de un producto con los dos factores empleados (x e y),

a) ¿Esta ecuación define al coste C como función implícita de sus factores productivos en una bola del punto $(x, y, C) = (0,0,0)$?

b) Expresar las funciones de los costes marginales de ambos factores de producción en dicho punto.

c) Realizar la aproximación lineal de la función de coste C en el citado caso, y obtener el valor aproximado del coste C cuando x e y toman los valores de 0,8 y 0,5 unidades, respectivamente.

(1,5 puntos)

3.- Una compañía minera extrae semanalmente 100 toneladas de mineral rojo y 80 de mineral negro. Ambos minerales pueden ser tratados de diferentes formas pudiendo obtenerse tres tipos de aleación: blanda, dura y rígida. Para obtener 1 tonelada de la aleación blanda se requieren 5 toneladas de mineral rojo y 3 de negro; para obtener 1 tonelada de la dura, 3 y 5 toneladas de mineral rojo y negro, respectivamente; y para obtener una tonelada de la aleación rígida, 5 toneladas de cada tipo de mineral. El beneficio obtenido por la compañía extractora es de 250€, 300€ y 400€ por tonelada de aleación blanda, dura y rígida que produce. Se pide, bajo el supuesto de que la compañía persiga la maximización de sus beneficios a través de la producción de la combinación óptima entre los tres tipos de aleación mencionados:

a) Plantear el programa lineal, así como su dual.

b) Resolver ambos problemas, empleando el método apropiado para cada caso, indicando el beneficio máximo que se obtendrá.

c) Si por problemas técnicos una semana sólo se pudieran extraer 90 toneladas de mineral rojo, ¿cómo cabe esperar que esta anomalía afecte al beneficio máximo?

(2 puntos)

b.3) A partir del resultado obtenido en el apartado anterior, ¿cómo cambiará el beneficio máximo si se destinasen 17,5 millones de euros para investigación y publicidad? (contestar sin volver a resolver el problema).

(3 puntos)

Rtas: *a) Investigación* = 11 *(millones €)* ; *Publicidad* = 9 *(millones €)* ; $B^o_{MAX} = 100$ *(millones €)*

b.1) y b.2) Investigación = 10 *(millones €)* ; *Publicidad* = 8 *(millones €)* ; $B^o_{MAX} = 98$ *(millones €)*

b.3) Multiplicador Lagrange: $\lambda^* = 2 \quad \rightarrow \quad \Delta B^* \approx -1$ *(Disminución aproximada de* 1 *millón de € en el beneficio máximo: Nuevo* $B_{MAX} \approx 97$ *millones de €)*

4.- El gobierno de un país exportador de petróleo debe decidir la cantidad de keroseno y de gasoil a obtener del refinado de las diferentes reservas de crudo de las que dispone. Estos dos productos se destinarían al mercado internacional.

Para obtener keroseno y gasoil deben utilizarse tres tipos de crudo (A, B y C). En este momento se disponen, a lo sumo, de 33.000 barriles del crudo tipo A y de 49.500 barriles del tipo B. Del crudo tipo C, por ahora hay reservas ilimitadas.

Para producir un millar de barriles de keroseno se necesitan 220 barriles de crudo tipo A, 550 del tipo B y 300 del tipo C.

Para producir un millar de barriles de gasoil se necesitan 320 barriles de crudo tipo A, 200 del tipo B y 300 del tipo C.

El keroseno se cotiza a 300.000 dólares el millar de barriles y el gasoil a 200.000 dólares el millar de barriles.

Deseamos saber el número de miles de barriles de keroseno y de gasoil que hay que vender en el mercado internacional para maximizar los ingresos de su venta.

Se pide:

a) Escribir el programa primal y resolverlo gráficamente.

b) Si, por algún imprevisto, las reservas del crudo tipo C (que hasta ahora eran ilimitadas) pasasen a ser de 55.000 barriles como máximo, justificar gráficamente si esta nueva situación cambiará la solución del problema y en qué sentido.

c) Partiendo de esta nueva situación, escribir el programa dual y resolverlo utilizando la solución del primal, mediante el teorema de holgura complementaria.

d) ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar el gobierno de este país para incrementar el ingreso, por cada millar de barriles adicionales de crudo A, B y C?

(2 puntos)

Rtas: *a) Keroseno* = 70.000 *barriles* ; *Gasoil* = 55.000 *barriles* ; *Ingreso máximo* = 32.000.0000 *dólares*

b) No saturado (no se agota) el crudo tipo C → *La nueva situación no cambia la solución (Precio sombra nulo en el dual)*: $\lambda_C = 0$

c) $\lambda_A = 378{,}787 \quad ; \quad \lambda_B = 393{,}952 \quad ; \quad \lambda_C = 0$ *(dólares por barril)*

d) 378.787 *dólares por mil barriles de crudo tipo* A ; 393.952 *dólares por mil barriles de crudo tipo* B
No pagaría nada por el crudo tipo C *(todavía dispone del tipo* C*, ya que no se agota)*

importe de 3.750 €. Un especialista en la cuestión les indica que, dada la estructura de la empresa, pueden colocarse dos tipos de alarma (A y B), cuyo coste unitario es de 250€ y 500€, respectivamente. Asimismo, les hace saber que suele estimarse el nivel de seguridad de una empresa como la suya mediante la función $S(x, y) = x \cdot y^2$, siendo x e y el número de alarmas instaladas de tipo A y de tipo B, respectivamente.
Determina el número de alarmas a instalar de cada tipo con objeto de maximizar la seguridad, empleando para ello el método de Lagrange y comprobando la maximización.

(1,5 puntos)

Rta: 5 *alarmas tipo* A ; 5 *alarmas tipo* B ($S_{MAX} = 125$)

5.- Un país produce anualmente 5.000 automóviles y 3.000 tractores, destinando parte de esta producción a la exportación. Cada automóvil exportado proporciona un ingreso de 3.000 u.m. y cada tractor un ingreso de 500 u.m. Por otra parte, el resto de países no permiten que exporte más de 6.000 unidades anualmente, entre automóviles y tractores.

a) Si el país busca maximizar el ingreso total obtenido por la exportación de dichos vehículos, halla el número de automóviles y de tractores que se exportarán, así como el ingreso máximo estimado.

b) Si la producción anual de automóviles pasa a ser de 4.900 unidades, ¿qué cabe esperar que ocurra con el ingreso máximo del país y con la solución del problema planteado en el apartado a)? Justifica adecuadamente la respuesta mediante la resolución del programa dual.

c) Retomando las condiciones del apartado a), vuelve a resolver el problema considerando que la producción anual de tractores pasa a ser de 1.000 unidades. Plantea, asimismo, el programa dual y la forma en que se resolvería (no es necesario dar la solución del sistema de ecuaciones resultante). Compara los resultados obtenidos en los apartados a) y c).

(2 puntos)

Rtas: *a)* 5.000 *automóviles* ; 1.000 *tractores* (*no se agotan los tractores disponibles*)
Máximo Ingreso: $I = 15.500.000$ u. m.

b) *Precios sombra (en el dual)*: $\lambda_1 = 2500$ (*restricción: Automóviles*) ; $\lambda_2 = 0$ (*restricción: Tractores*) ; $\lambda_3 = 500$ (*restricción: Automóviles+Tractores*)

Si $\Delta A = -100$ *automóviles* $\Rightarrow$ $\Delta I^* = -250.000$ u.m.
(*Disminución aproximada del ingreso máximo en 250.000 u.m.*)

c) *Misma solución que en el apartado a)*: 5000 *automóviles* ; 1000 *tractores*
Optimo en el punto común a las tres restricciones: se saturan (*se agotan*) *las tres restricciones* ($\lambda_1 \neq 0$; $\lambda_2 \neq 0$; $\lambda_3 \neq 0$)

Sistema de 3 ecuaciones con tres incógnitas ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) *en el dual*:
Las dos correspondientes a cada restricción del primal, más la de la igualación del valor óptimo (*mínimo*) *en el dual al valor óptimo* (*máximo*) *en el primal que es de* 15.500.000 *u.m.*